Skript

Lineare Funktionen

von

Georg Sahliger

Mainz, 4.1.2023

Inhaltsverzeichnis

0 Definition einer Funktion

Von einer Zuordnung zu einer Funktion.

Definition: Eine Zuordnung, die jedem Element aus der Definitionsmenge genau ein Element aus der Wertemenge zuordnet, nennt man Funktion.

Beispiele:
- Jedem Schüler wird ein Sitzplatz zugeordnet.
- Jedes Kind aus der Klasse erhält ein Eis.
- Jedem Auto beim Händler wird ein Preis zugeordnet.

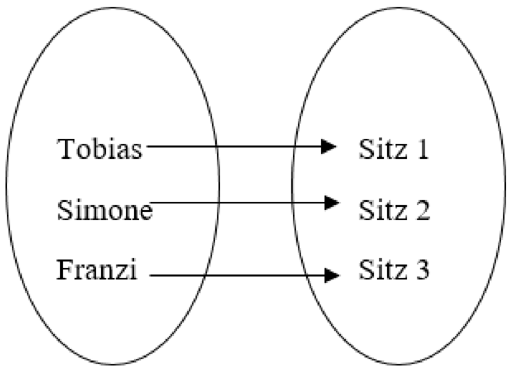
Erklärung: Soll eine Zuordnung auch eine Funktion sein, dann muss jedem Element genau ein anderer Wert zugeordnet werden. "Genau ein" bedeutet, dass den Werten nicht zwei oder mehr Werte zugeordnet werden, aber auch nicht null Werte. Die Elemente, von denen man ausgeht, gehören zur Definitionsmenge. Die Werte, die zugeordnet werden, stammen aus der Wertemenge.

Jeder Schüler (Definitionsmenge) erhält genau einen Sitzplatz (Wertemenge).

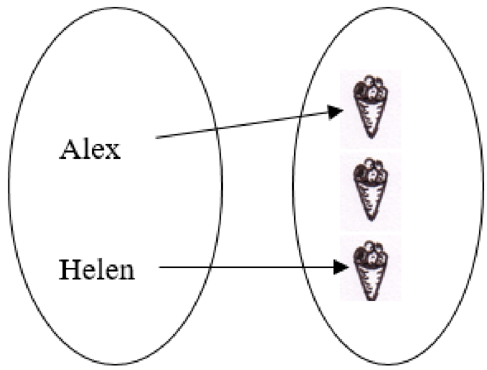
Natürlich kann man die Mengen auch tauschen. Erstellt ein Lehrer einen Sitzplan, dann geht er von den Sitzplätzen aus (Definitionsmenge) und ordnet diesen SchülerInnen (Wertemenge) zu.

Die Zuordnung: Schüler $\rightarrow$ Sitzplätze ist sogar eine Funktion, da jeder Schüler einen Platz bekommt und zwar genau einen und nicht null oder mehr als einen Platz. Dass es am Ende noch freie Plätze gibt, ist kein Problem. Wichtig ist nur, dass die Bedingungen „Jeder darf mitspielen“ und „Jeder erhält genau einen“ erfüllt sind.

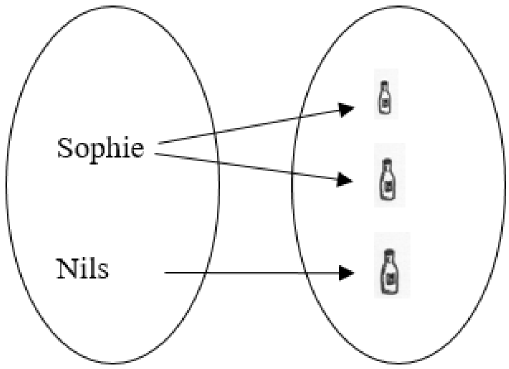
1. Zuordnung



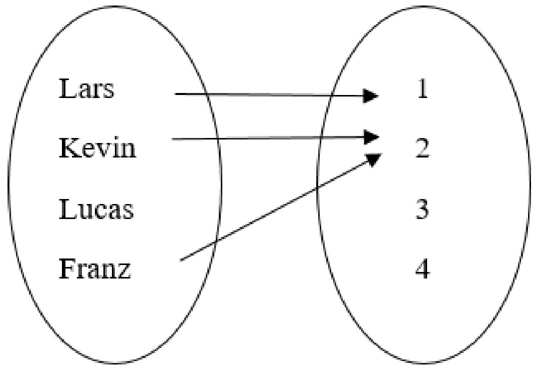
2. Zuordnung



3. Zuordnung



4. Zuordnung



Bei welchen der vier Zuordnungen handelt es sich auch um Funktionen?

Zuordnung 1 ist eine Funktion. „Jeder darf mitspielen“, „Jeder erhält genau einen“.

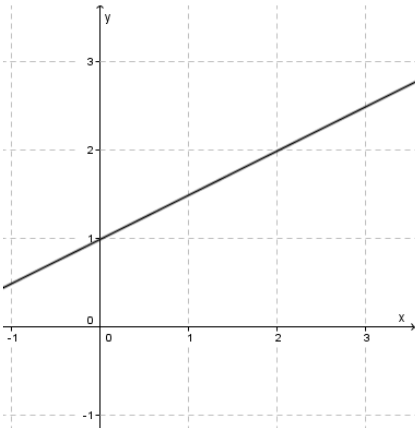
Zuordnung 2 ist auch eine Funktion. Jeder darf mitspielen, „Jeder erhält genau einen“. Dass ein Eis nicht gegessen wird, verstößt nicht gegen die Definition.

Zuordnung 3 stellt keine Funktion dar, da Sophie mehr als ein Getränk zugeordnet wird.

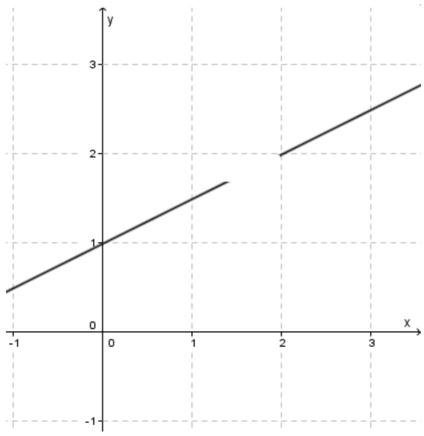
Zuordnung 4 stellt auch keine Funktion dar, da Lucas keine Note erhält. Dass die Note 2 zweimal vergeben wird, verstößt nicht gegen die Definition.

Auch bei Schaubildern, kann man erkennen, ob es sich um eine Zuordnung oder um eine Funktion handelt.

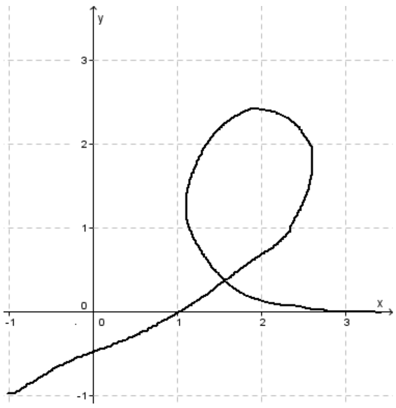
Zuordnung 1



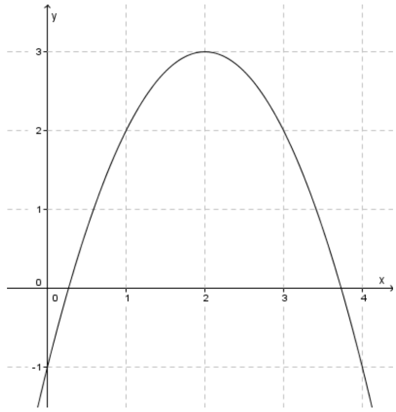
Zuordnung 2



Zuordnung 3



Zuordnung 4



Anmerkung: Bei Schaubildern als Koordinatensystem findet man die Definitionsmenge bei den Werten der x-Achse und die Wertemenge bei den Werten der y- Achse.

Bei welchen der vier Zuordnungen handelt es sich auch um Funktionen?

Zuordnung 1 ist eine Funktion. „Jeder Wert der x-Achse darf mitspielen“, „Jeder erhält genau einen y-Wert“.

Zuordnung 2 ist keine Funktion. Aufgrund der Definitionslücke erhält nicht jeder x-Wert einen y-Wert.

Zuordnung 3 stellt auch keine Funktion dar, da z.B. dem x-Wert 2 sogar drei Werte zugeordnet werden.

Zuordnung 4 stellt eine Funktion dar. Dass die y-Werte immer zweimal vergeben werden, verstößt nicht gegen die Definition.

1. **Lineare Funktionen**

Manche Funktionen kann man auch berechnen. Zu den einfachen Funktionen zählen die „Linearen Funktionen".

Sie haben folgende Funktionsvorschrift: y = mx + b

Beispiele: y = 2x + 1 oder y = 2x oder $y = -\frac{1}{2}x - 4$

Anstatt y = 2x + 1 kann man auch schreiben: f(x) = 2x + 1 oder y → 2x + 1.

Auch bei diesen Funktionen wird jedem x-Wert genau ein y-Wert zugeordnet. Den zugehörigen y-Wert kann man berechnen, indem man für x einen Wert einsetzt.

1.1 Fehlende Koordinaten berechnen

Gegeben sei y = 4x + 1. Welchen y-Wert hat der x-Wert 2?

Rechnung: y = 4 · 2 + 1 y = 5 Also zum x-Wert 2 gehört der y-Wert 5. Dies kann man auch als Punkt im Koordinatensystem folgendermaßen schreiben: P(2|5).

Gegeben ist die Funktion y= -2x + 3

Berechne die fehlende Koordinate

a) (4|?)

b) (?|9)

a) y = -2 · 4+3

y = -8+3 = 5

(4|-5)

b) 9 = -2x + 3 | -3

6 = -2x | : (-2)

x = -3

(-3|9)

1.2 Funktionen zeichnen

Jede Funktion, auch nichtlineare, kann man in ein Koordinatensystem zeichnen, indem man sich einige x-Werte überlegt und hierzu die entsprechenden y-Werte ausrechnet. Diese Punkte (x|y) trägt man dann in ein Koordinatensystem ein und verbindet diese. So erhält man den Graphen einer Funktion.

Beispiel: $y = 2x - 1$

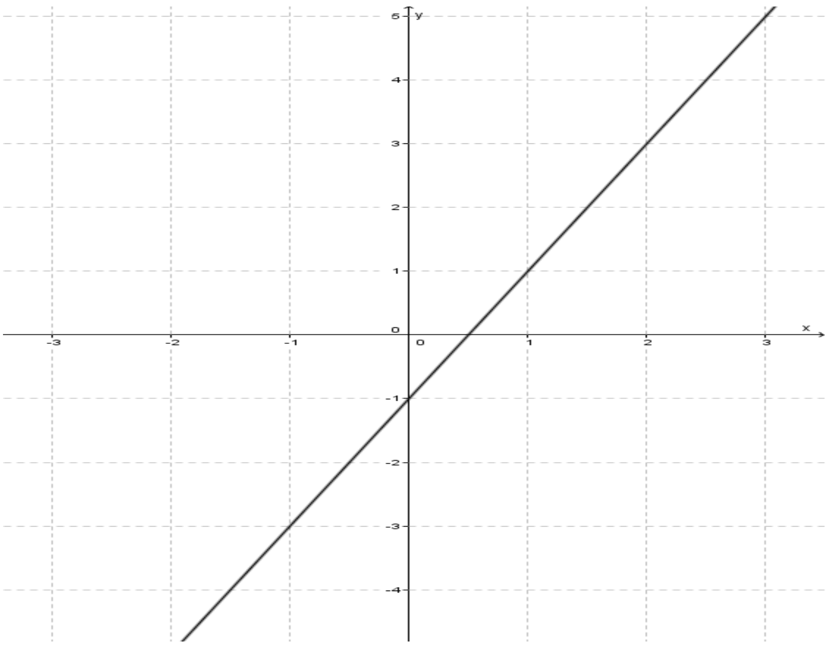
Nehmen wir zum Beispiel folgende x-Werte: -1, 0, und 1. Zu diesen berechnen wir die y-Werte.

„-1“ für x einsetzen: $y = 2\cdot(-1) - 1 = -3$ ➔ A(-1|-3)

0: $y = 2\cdot(0) - 1 = -1$ ➔ B(0|-1)

1: $y = 2\cdot(1) - 1 = 1$ ➔ C(1| 1)

Trägt man diese Punkte in ein Koordinatensystem ein und verbindet diese, erhält man folgendes Schaubild:



Beachte beim Koordinatensystem drei Dinge:

- Die Pfeilspitzen zeigen nur in die positive, nicht in die negative Richtung.
- Die Achsen müssen beschriftet sein, z.B. mit „x“ und „y“ oder mit „Zeit/Sek“.
- Beide Achsen müssen einen Maßstab eingetragen haben. Der Maßstab auf beiden Achsen kann unterschiedlich sein.

Üblicherweise legt man eine Wertetabelle an:

x	-2	-1	0	1	2
y	3	1	-1	-3	-5

Anmerkungen:

- Welche x-Werte man nimmt, hängt von der Funktion ab. In der Regel nimmt man Werte um die Zahl „0“.
- Man sieht, dass bei linearen Funktionen die y-Werte immer um den gleichen Wert ansteigt, bzw. fällt.

Beispiel:

1.2.1 Welche Wertetabellen gehören zu einer linearen Funktion?

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	-6	-3	0	3	6

b)

x	-2	-1	0	1	2
y	5	3	1	-1	-3

c)

x	-2	-1	0	1	2
y	1	4	5	7	9

d)

x	-2	-1	0	2	3
y	0	0,5	1	2	2,5

Zu einer linearen Funktion gehören a) b) und d)

c) gehört nicht dazu, da der y-Wert bei x = -1 nicht passt.

d) gehört dazu. Dass der x-Wert x = 1 nicht angegeben ist, spielt keine Rolle. Wichtig ist, dass die Tabelle richtig weitergeführt ist.

1.3 Überprüfen, ob ein Punkt auf dem Graphen einer Funktion liegt.

Beispiel: Gegeben ist die Funktion $y = \frac{1}{2} x + 1$. Liegen die Punkte A (4|3) und B(2|1) auf dem Graphen der Funktion?

Hier gibt es zwei Möglichkeiten, dies zu lösen:

1) Die zeichnerische Lösung
2) Die rechnerische Lösung

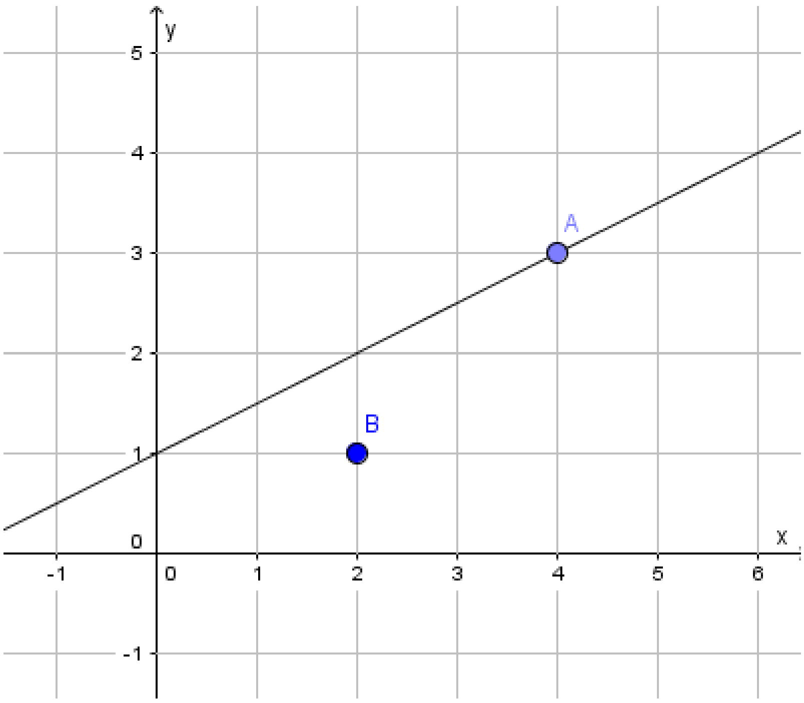
1.3.1 Die zeichnerische Lösung:

1. Lege eine Wertetabelle an und zeichne die Funktion
2. Trage die Punkte in das Koordinatensystem ein und schau, ob diese auf dem Graphen liegen.

Wertetabelle für $y = \frac{1}{2} x + 1$:

x	-2	-1	0	1	2
y	0	0,5	1	1,5	2

Funktion und Punkte A, B in ein Koordinatensystem eintragen:



Man erkennt, dass Punkt A auf dem Graphen liegt, Punkt B aber nicht.

1.3.2 Rechnerische Lösung:

1. Setze den x-Wert und den y-Wert des Punktes in die Funktionsgleichung ein.
2. Löse auf und schau, ob eine wahre Aussage (Punkt liegt drauf) oder eine unwahre Aussage herauskommt (Punkt liegt nicht drauf).

Beispiel: Für Punkt A (4|3) und y = ½ x +1 gilt:

1. Einsetzen: 3 = ½ · 4 +1
2. Auflösen 3 = 2 + 1

   3 = 3 Wahre Aussage

Dies ist eine wahre Aussage, also liegt der Punkt auf der Funktion.

Für Punkt B (2|1) und y = ½ x +1 gilt:

1. Einsetzen: 1 = ½ · 2 +1
2. Auflösen 1 = 1 + 1

   1 = 2 Falsche Aussage

Dies ist eine falsche Aussage, also liegt der Punkt nicht auf der Funktion.

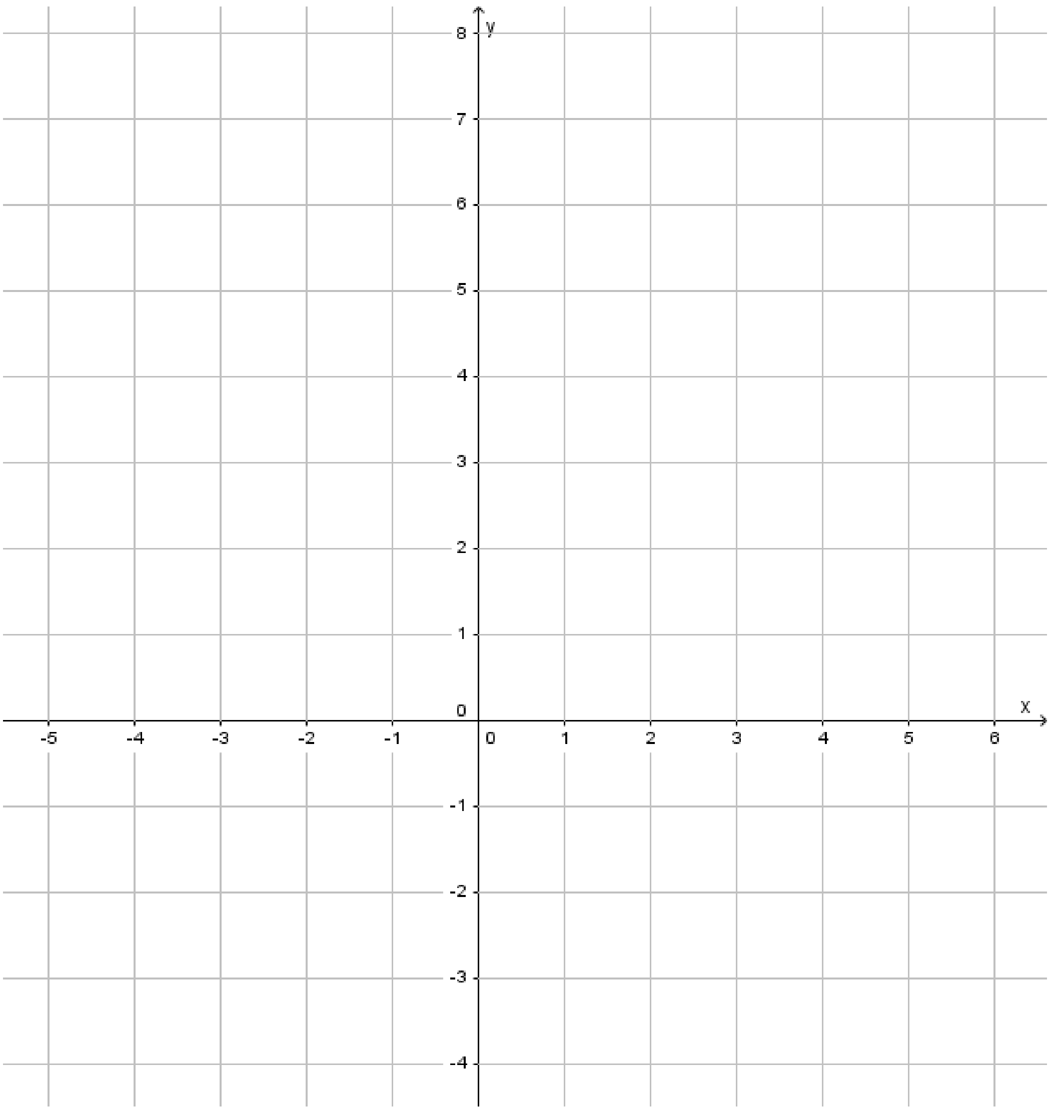
1.4 Zeichnen einer Funktion ohne Wertetabelle

Vorübung: Wir zeichnen zunächst noch einmal die Funktionen indem wir eine Wertetabelle anlegen. Anschließend schauen wir, ob man die Funktionen nicht auch noch einfacher zeichen kann.

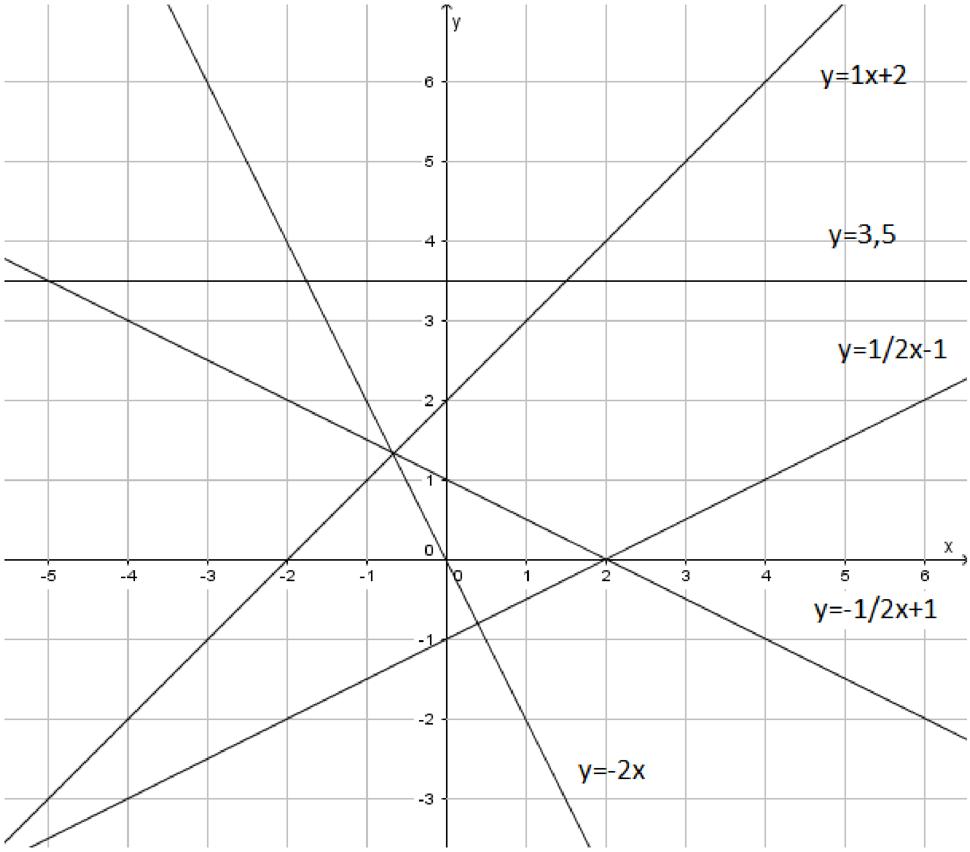
Zeichne folgende Funktionen in ein Koordinatensystem , indem du zunächst die Wertetabelle ausrechnest und dann die Punkte einträgst:

1. y = 1/2x -1
2. y= - 1/2x +1
3. y = 1x + 2
4. y = -2x
5. y = 3

	-2	-1	0	1	2
y = 1/2x -1					
y= - 1/2x +1					
y = 1x + 2					
y = -2x					
y = 3					



Wenn alles richtig ist, müsste das Koordinatensystem folgendermaßen aussehen:



Wie kann man nun lineare Funktionen zeichnen, ohne dass man eine Wertetabelle anlegt?

Die Funktionsvorschrift einer linearen Funktion ist gegeben durch: $y = mx + b$.

Dabei gibt b an, wo der Graph durch die y-Achse geht. Dies nennt man auch den y-Achsenabschnitt. „m“ gibt an, wie sehr der Graph der Funktion steigt oder fällt.

Beispiele:

$y = -\frac{1}{2}x + 1$ bedeutet, dass die Funktion die y-Achse bei 1 schneidet und eine Steigung von $-\frac{1}{2}$ hat.

$y = \frac{1}{2}x - 1$ bedeutet, dass die Funktion die y-Achse bei - 1 schneidet und eine Steigung von $\frac{1}{2}$ hat.

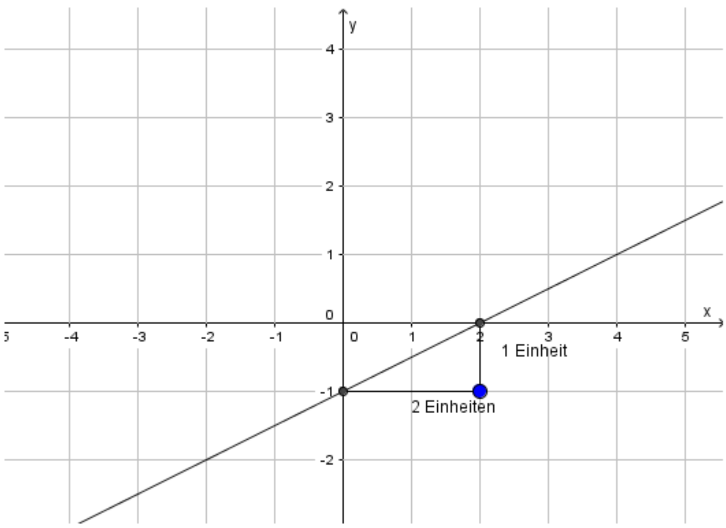
$y = 1x + 2$ bedeutet, dass die Funktion die y-Achse bei 2 schneidet und eine Steigung von 1 hat.

$y = -2x$ bedeutet, dass die Funktion die y-Achse bei 0 schneidet und eine Steigung von -2 hat.

$y = 3{,}5$ bedeutet, dass die Funktion die y-Achse bei 3,5 schneidet und eine Steigung von 0 hat, also parallel zur x-Achse verläuft.

Will man eine lineare Funktion zeichnen, ohne eine Wertetabelle anzulegen, geht man folgendermaßen vor:

Beispiel: y = $\frac{1}{2}$ x - 1



1. Man schaut, wo die Funktion die y-Achse schneidet. Dort macht man ein Kreuz.
2. Von dort aus zeichnet man ein Steigungsdreieck. Dazu schaut man auf die Steigung. Beträgt die Steigung $\frac{1}{2}$ dann geht man 2 Einheiten nach rechts wegen Nenner und 1 Einheit nach oben wegen des Zählers. Dort setzt man das nächste Kreuz.
3. Nun verbindet man beide Punkte.

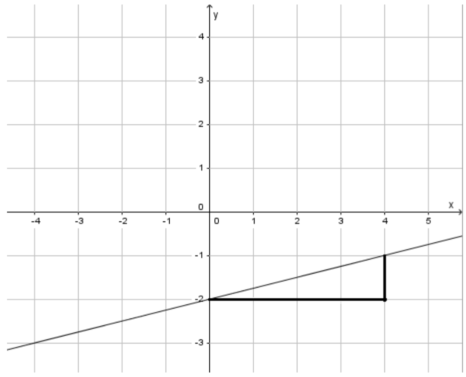
Anmerkung: Ist die Steigung negativ wie bei y = - $\frac{1}{2}$ x – 1, geht man auch zwei Einheiten nach rechts und eine Einheit nach unten. Gibt es bei der Steigung keinen Nenner wie bei y = 1x + 2, dann schreibt man „m“ als Bruch, indem man im Nenner eine 1 schreibt: y = $\frac{1}{1}$ x + 2. Nun eine Einheit nach rechts und eine Einheit nach oben.

Ist „m“ als Dezimalzahl gegeben, wandelt man diese in einen Bruch um. y = 3,5x +2 wandelt man in y = - $\frac{35}{10}$ x – 1 bzw. y = - $\frac{7}{2}$ x – 1 um.

Aufgabe: Vergleiche nun die obigen fünf Funktionen mit ihrem Schaubild und zeichne die Steigungsdreiecke ein.

1.5 Funktionsvorschriften durch ablesen bestimmen.

Nun sind die Graphen verschiedener Funktionen gegeben. Daraus soll man die Funktionsvorschrift ablesen:



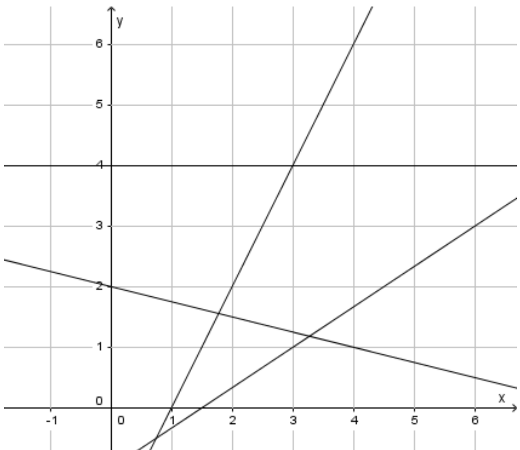
Hierzu geht man folgendermaßen vor:

1. Bestimme den y-Achsenabschnitt. Hier „-2“

2. Zeichne eine „schönes“ Steigungsdreieck mit möglichst glatten Werten. Hier: 4 Einheiten nach rechts und eine Einheit nach oben.

3. Lies nun b und m von y=mx + b ab. Hier: $y = \frac{1}{4}x - 2$

Aufgabe: Lies die Funktionsvorschriften der folgenden Funktionen ab. Zeichne hierzu die Steigungsdreiecke ein:



Kontrolle: 1. $y = \frac{2}{3}x - 1$, 2. $y = -\frac{1}{4}x + 2$, 3. $y = 4$, 4. $y = 2x - 2$

1.6 Schnittpunkte mit den Achsen bestimmen

Beispiel: Wo schneidet die Funktion $y = 2x + 4$ die y-Achse und die x-Achse?

Lösung:

1.6.1 Schnittpunkt mit der y-Achse

1. x = „0“ setzen: $y = 2 \cdot 0 + 4$
2. Ausrechnen: $y = 4$
3. Als Punkt aufschreiben: SP(0|4)

Bei linearen Funktionen braucht man die Rechnung nicht, da man den Schnittpunkt mit der y-Achse direkt am y-Achsenabschnitt ablesen kann. Diese Rechnung ist nur für komplizierte Funktionen nötig.

1.6.2 Schnittpunkt mit der x-Achse (Nullstelle)

1. y = „0“ setzen: $0 = 2 \cdot x + 4$
2. Ausrechnen: $0 = 2 \cdot x + 4 \mid -4$
   $-4 = 2x \mid :2$
   $-2 = x$
3. Als Punkt aufschreiben: N(-2|0)

Den Schnittpunkt mit der x-Achse nennt man auch die Nullstelle.

1.7. Funktionen bestimmen

Als nächstes beschäftigen wir uns mit einigen Aufgaben, bei denen es darum geht, wie man eine Funktion berechnen kann, wenn nur bestimmte Dinge bekannt sind. Diese Aufgaben kann man auch immer zeichnerisch lösen. Da dies aber oft ungenau ist, müssen wir auch wissen, wie man solche Aufgaben berechnet.

1.7.1 Funktionsvorschrift bestimmen, wenn die Steigung und der y-Achsenabschnitt gegeben ist. Beispiel: Eine Funktion hat die Steigung $m=\frac{2}{3}$ und b = 1. Wie lautet die Funktion?

Antwort: $y=\frac{2}{3}x+1$

1.7.2 Eine Funktion bestimmen, wenn die Steigung und ein Punkt gegeben ist.

Beispiel: Eine Funktion geht durch den Punkt P(6|5) und hat die Steigung $m=\frac{2}{3}$. Wie lautet die Funktion?

Lösung:

1. b ausrechen: m und Punkt P in y = mx + b einsetzen: $5=\frac{2}{3}6+b$
2. Zusammenfassen: $5=\frac{2\cdot 6}{3}+b$

   $5=4+b$ |-4

   b = 1
3. m und b in y = mx + b einsetzen: $y=\frac{2}{3}x+1$

1.7.3 Die Funktionsvorschrift bestimmen, wenn zwei Punkte gegeben sind.

Beispiel: Wie lautet die Funktion, die durch die Punkte A(2|2) und B(6|4) geht?

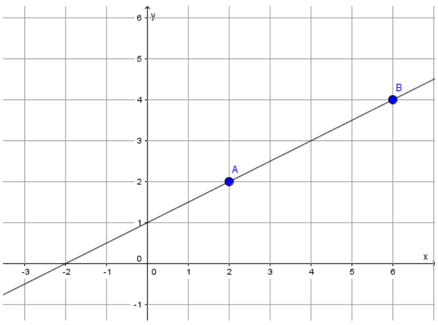
Um diese Funktion zu finden, gibt es drei unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten.

1. Die zeichnerische Lösung,
2. Funktion über die Steigungsformel ausrechnen,
3. Gleichungssystem aufstellen und ausrechnen.

   Lösen von Gleichungssyteme wird erst in der 9. Klasse behandelt. Daher ist dieser Lösungsweg für die 8. Klasse, in der Lineare Funktionen eingeführt werden, noch nicht wichtig.

Zu 1. **Zeichnerische Lösung:**

a) Punkte in ein Koordinatensystem eintragen.
b) Punkte verbinden
c) Funktion ablesen

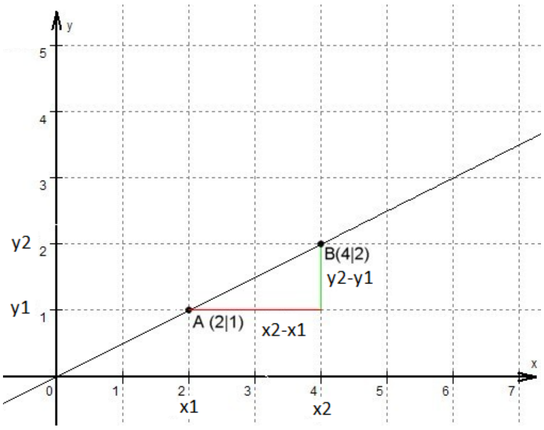


Man erkennt, dass die Funktion $y=\frac{1}{2}x+1$ lautet.

Zu 2. **Funktion über die Steigungsformel ausrechnen**

Hat man zwei Punkte A(x_1|y_1) und B(x_2|y_2) gegeben, kann man die Steigung der Funktion mit der Steigungsformel:

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ berechnen. Anschließend berechnet man dann den Schnittpunkt mit der y-Achse. Woher die Steigungsformel kommt, betrachtet man am besten anhand des Koordinatensystems:



Beispiel Steigung ausrechnen:

Eine Funktion geht durch die Punkte die Punkte A(-1|3) und B(-3|4). Berechne die Steigung.

Geg.: x1 y1 x2 y2

A(-5|3) und B(3|-4)

1. Werte in $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ einsetzen: $m = \frac{-4-3}{3-(-5)} = \frac{-7}{3+5} = \frac{-7}{8} = -\frac{7}{8}$
2. m $= -\frac{7}{8}$

Beispiel Funktionsvorschrift/Funktionsgleichung ausrechnen:

x1 y1 x2 y2

Gegeben sind also die Punkte A(2|3) und B(6|4). Berechne die Funktionsgleichung.

Will man mit der Steigungsformel die Funktion ausrechnen, geht man folgendermaßen vor:

1. x_1, y_1, x_2, y_2 in die Formel $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ einsetzen: $m = \frac{4-3}{6-2} = \frac{1}{4}$, also $m = \frac{1}{4}$.
2. Einen Punkt und m in y = mx + b einsetzen um b zu errechnen: $3 = \frac{1}{4} \cdot 2 + b$

   4 = $\frac{2}{4}$ + b

   4 = $\frac{1}{2}$ + b | · 2

   8 = b

   Welchen von beiden Punkten man nimmt, spielt übrigens keine Rolle. Man entscheidet sich für den mit den einfacheren Werten.

3. m und b in y = mx + b einsetzen: $y = \frac{1}{4}x + 8$

Vertausche nun die Punkte und beobachte, was sich ändert:

x1 y1 x2 y2

Gegeben sind also die Punkte A(6|4) und B(2|3). Berechne die Steigung!

1. x_1, y_1, x_2, y_2 in die Formel $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ einsetzen: $m = \frac{3-4}{2-6} = \frac{-1}{-4}$, also m ist ebenfalls $\frac{1}{4}$.
2. Einen Punkt und m in y = mx + b einsetzen um b zu errechnen: $3 = \frac{1}{4} \cdot 2 + b$

   4 = $\frac{2}{4}$ + b

   4 = $\frac{1}{2}$ + b | · 2

   8 = b

3. m und b in y = mx + b einsetzen: $y = \frac{1}{4}x + 8$

x_1 y_1 x_2 y_2

Aufgabe: Gegeben sind also die Punkte A(2|-1) und B(-6|7)

Will man mit der Steigungsformel die Funktion ausrechnen, geht man folgendermaßen vor:

1. x_1, y_1, x_2 und y_2 in die Formel $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ einsetzen: $m = \frac{7-(-1)}{-6-2} = \frac{7+1}{-8} = \frac{8}{-8}$, also $m = -1$.
2. Punkt und m in y = mx + b einsetzen um b zu errechnen: $-1 = -1 \cdot 2 + b$

   -1 = -2 + b | +2

   1 = b

   Welchen von beiden Punkten man nimmt, spielt übrigens keine Rolle. Man entscheidet sich für den mit den einfacheren Werten.

3. „m“ und „b“ in y = mx + b einsetzen: $y = -1x + 1$

Zu 3. Gleichungssystem aufstellen und ausrechnen. (Erst ab Klasse 9 wichtig!)

Eine Funktion geht durch die Punkte A(2|2) und B(6|4). Berechne die Funktionsgleichung mit einem Gleichungssystem.

1. Zwei Gleichungen aufstellen, indem man A und B in y = mx + b einsetzt.

   I 2 = m 2 + b

   II 4 = m 6 + b

   I 2 = 2m + b

   II 4 = 6m + b

2. Nun z.B. mit dem Additionsverfahren ausrechnen:

   I 2 = 2m + b | · (-1)

   II 4 = 6m + b

   I -2 = -2m - b

   II 4 = 6m + b

   ---

   2 = 4m | :4

   $m = \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

3. m in I oder II einsetzen und b ausrechnen:

   m in I $2 = 2 \cdot \frac{1}{2} + b$

   2 = 1 + b |-1

   1 = b

4. „m“ und „b“ in y = mx + b einsetzen: $y = \frac{1}{2} x + 1$

Zusammenfassung:

<table>
<tr><th colspan="5">Funktionen bestimmen</th></tr>
<tr><td>Gegeben</td><td>„m“
y-Achsenabschnitt</td><td>„m“
Ein Punkt</td><td colspan="2">2 Punkte</td></tr>
<tr><td>Lösung</td><td>„m“ und y-Achsenabschnitt direkt in $y = mx + b$ einsetzen.</td><td>1. b ausrechnen, indem man m und den Punkt in $y = mx + b$ einsetzt.
2. m und b in $y = mx + b$ einsetzen.</td><td>Über Steigungsformel:
1. m ausrechen, indem man die Punkte in die Steigungsformel einsetzt.
2. b ausrechen, indem man m und einen der Punkte in $y = mx +b$ einsetzt.
3. m und b in $y = mx + b$ einsetzen.</td><td>Über Gleichungssysteme
1. Beide Punkte in $y = mx + b$ einsetzen.
2. m oder b ausrechnen
3. m bzw. b und einen der Punkte in $y = mx +b$ einsetzen.
4. m und b in $y = mx + b$ einsetzen.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">Zeichnerische Lösung</td></tr>
</table>

1.8 Den Schnittpunkt zweier Funktionen berechnen

Gegeben sind die Funktionen

I $y=\frac{1}{2}x+1$ und

II $y=-\frac{1}{4}x+4$.

Berechne den Schnittpunkt.

Lösung:

1. x berechnen, indem man beide Funktionen gleichsetzt: I = II $\frac{1}{2}x+1=-\frac{1}{4}x+4$
2. Nach x auflösen: $\frac{1}{2}x+1=-\frac{1}{4}x+4 \mid \cdot 4$

   2x +4 = -x + 16 | + x | -4

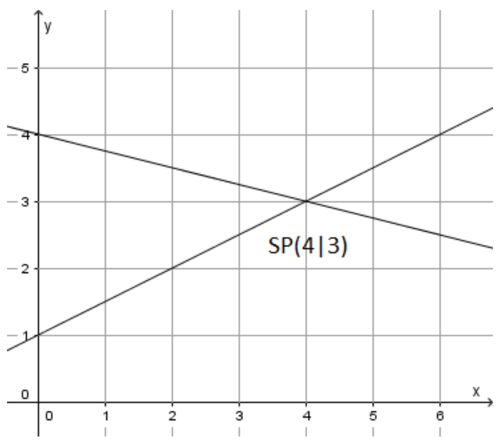
   3x = 12

   x = 4

3. x in eine der beiden Funktionen einsetzen und y berechnen: $y=-\frac{1}{4}4+4$

   y = 3

Der Schnittpunkt lautet also SP(4|3)



Weitere Aufgaben:

Berechne den Schnittpunkt der Funktionen und zeichne diese:

a) I $y = 2x - 3$

II $2y = 4x - 6$

b) I $y = -\frac{1}{2}x + 4$

II $2y = -x + 2$

Zu a) Lösen mit dem Gleichsetzungsverfahren:

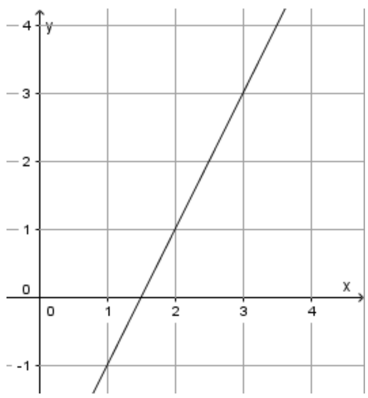
I $y = 2x-3$ II $2y = 4x - 6 \mid :2$

$y = 2x - 3$

I = II $2x - 3 = 2x - 3 \mid -2x \mid +3$

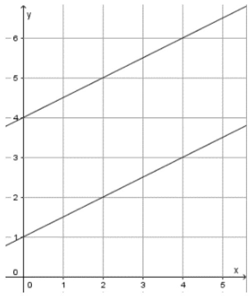
$0 = 0$ w

Dies ist eine wahre Aussage. Für unsere Aufgabe bedeutet das, dass es unendlich viele Schnittpunkte gibt. Wenn man die Funktionen zeichnet, stellt man fest, dass es sich um die gleiche Funktion handelt. Die beiden Funktionen liegen also aufeinander.



|Zu b) Lösen mit dem Einsetzungsverfahren

I in II $2(-\frac{1}{2}x+4)=-x+2$



-x + 8 = - x + 2 | + x

8 = 2 f

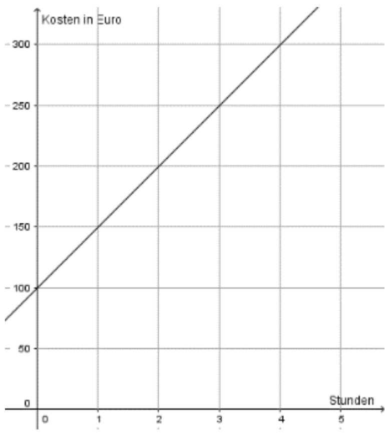
Die unwahre Aussage bedeutet hier, dass es keine Schnittpunkte gibt. Die beiden Funktionen liegen also parallel zueinander wie die Zeichnung zeigt.

1.9 Lineare Funktionen in der Praxis

Beispielaufgabe 1

Ein Handwerker verlangt 100 Euro pauschal und pro Stunde 50 Euro. Stelle die Funktion auf und zeichne diese in ein Koordinatensystem!

y = 50x + 100



Zusatzfragen:

a) Was kosten 3 Stunden?

b) Wie viele Stunden muss er für 300 Euro arbeiten?

Zu a) y = 50 · 3 + 100 = 250 3 Stunden kosten 250 Euro.

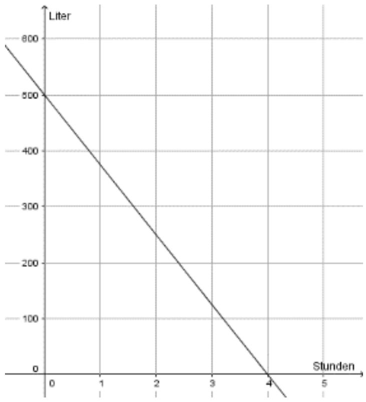
Zu b) 300 = 50x + 100 | - 100

200 = 50 x | : 50

4 = x Für 300 Euro muss er 4 Stunden arbeiten.

Beispielaufgabe 2

In einem Becken sind 500 Liter. Pro Stunde werden 125 Liter abgepumpt.



Stelle die Funktion auf und zeichne diese.

Wann ist das Becken leer?

Lösung:

y = -125x + 500

0 = -125x + 500 | -500

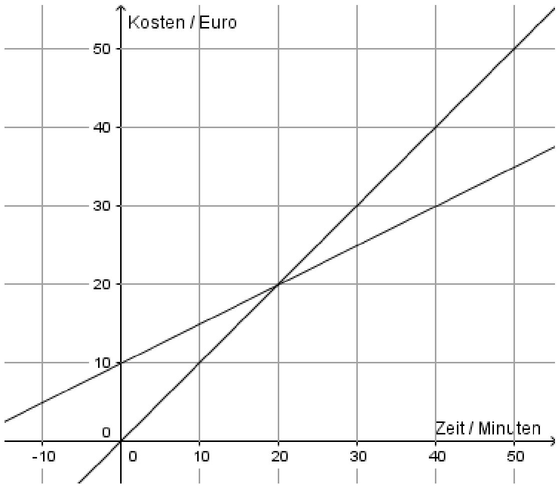
-500 = -125x | : -125

4 = x

Nach 4 Stunden ist das Becken leer.

Beispielaufgabe 3

Auf der Kartbahn gibt es zwei unterschiedliche Tarife.



Tarif A: Man zahlt 10 Euro Grundgebühr und dann pro Minute 50 Cent.

Tarif B: Man zahlt keine Grundgebühr, aber dafür pro Minute 1 Euro.

Stelle die Funktionen auf und zeichne diese.

Wann sind beide Tarife gleich teuer? Welcher Tarif ist langfristig günstiger?

Lösung:

Tarif A: y = 0,50x + 10

Tarif B: y = 1 x

Um herauszufinden, wann beide Tarife gleich teuer sind, berechnet man den Schnittpunkt.

Gleichsetzungsverfahren: A = B $0{,}50x + 10 = 1x \mid - 0{,}5x$

$$10 = 0{,}5\,x \mid \cdot 2$$

$$20 = x$$

x in eine der beiden Funktionen einsetzen: $y = 1 \cdot 20 = 20$

Damit erhält man den Schnittpunkt: SP(20|20) Für 20 Minuten zahlt man bei beiden Tarifen 20 Euro. An der Zeichnung sieht man, dass Tarif A günstiger ist.